BOSWELL-BÈTA

James Boswell Examen

HAVO Wiskunde B

Correctiemodel

Datum:	Voorbeeldexamen 2
Tijd:	3 uur
Aantal opgaven:	6
Aantal vragen:	18
Aantal bijlagen:	0
Totaal aantal punten:	72

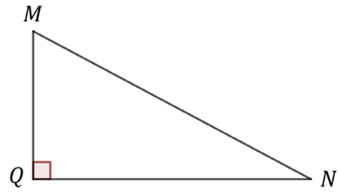
Vakspecifieke regels voor de beoordeling

1. Voor elke rekenfout, notatiefout of verschrijving wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
2. Indien in een antwoord een gevraagde verklaring, uitleg, afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven. Dit geldt ook bij vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt (die in ieder geval bestaat uit vermelding van de ingevoerde formule(s) (of lijst(en)), de gebruikte optie(s) en het resultaat).
3. Een fout in de uitwerking van een vraag wordt maar één keer aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
4. Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
5. Indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerst gegeven antwoord beoordeeld; indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerst gegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal.
6. Als de kandidaat bij het eindantwoord geen eenheid heeft gegeven en deze wel bij het antwoord hoort, dan wordt 1 scorepunt in mindering gebracht, tenzij de eenheid al in de vraag vermeld is.
7. Als bij een vraag doorgerekend wordt met afgeronde tussenantwoorden en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet-afgeronde tussenantwoorden, dan wordt bij de betreffende vraag 1 scorepunt in mindering gebracht. Tussenantwoorden mogen wel afgerond *genoteerd* worden.

1	**a**	$f(x) = 0$ geeft: $x\left(\frac{1}{36}x^2 - \frac{1}{6}x - 1\right) = 0$ ($x = 0$ of) $\frac{1}{36}x^2 - \frac{1}{6}x - 1 = 0$	1
		Deze kwadratische vergelijking oplossen: *Manier 1:* $x^2 - 6x - 36 = 0$ ---- 1 $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -36 = 180$ ---- 1 $\left.\begin{array}{l} x_A = \frac{6-\sqrt{180}}{2} \left(= \frac{6-6\sqrt{5}}{2} = 3 - 3\sqrt{5}\right) \\ x_B = \frac{6+\sqrt{180}}{2} \left(= \frac{6+6\sqrt{5}}{2} = 3 + 3\sqrt{5}\right) \end{array}\right\}$ ---- 1 *Manier 2:* $D = \left(-\frac{1}{6}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{36} \cdot -1 = \frac{5}{36}$ ---- 1 $\left.\begin{array}{l} x_A = \frac{\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{5}{36}}}{\frac{2}{36}} = \frac{6 - 36 \cdot \frac{\sqrt{5}}{6}}{2} = \frac{6-6\sqrt{5}}{2} \left(= 3 - 3\sqrt{5}\right) \\ x_B = \frac{\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{5}{36}}}{\frac{2}{36}} = \frac{6 + 36 \cdot \frac{\sqrt{5}}{6}}{2} = \frac{6+6\sqrt{5}}{2} \left(= 3 + 3\sqrt{5}\right) \end{array}\right\}$ ---- 2	
		$AB = \frac{6+\sqrt{180}}{2} - \frac{6-\sqrt{180}}{2} = \sqrt{180}$ (of: $AB = 3 + 3\sqrt{5} - \left(3 - 3\sqrt{5}\right) = 6\sqrt{5}$)	1
	b	$f'(x) = \frac{1}{12}x^2 - \frac{1}{3}x - 1$	1
		$f'(x) = 0$ geeft: $\frac{1}{12}x^2 - \frac{1}{3}x - 1 = 0$ $x^2 - 4x - 12 = 0$	1
		$(x+2)(x-6) = 0$ $x = -2$ of $x = 6$	1
		$f(-2) = 1\frac{1}{9}$ en $f(6) = -6$	2
		(Dus de coördinaten van de toppen zijn $\left(-2, 1\frac{1}{9}\right)$ en $(6, -6)$)	

2	**a**	De kleine wijzer wijst naar $7\frac{1}{4}$. De hoek met '12' is dan $\frac{7\frac{1}{4}}{12} \cdot 360° = 217{,}5°$ De grote wijzer wijst naar 3. De hoek met '12' is dan $90°$	2
		De hoek tussen de wijzers is $217{,}5° - 90° = 127{,}5°$	1
	b	$\angle AMB = \frac{4}{12} \cdot 360° = 120°$	1
		Cosinusregel in driehoek AMB: $AB^2 = AM^2 + BM^2 - 2 \cdot AM \cdot BM \cos(\angle AMB)$ $AB^2 = 9 + 36 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \cos(120°) = 45 - 36 \cdot -\frac{1}{2} = 63$	2
		$AB = \sqrt{63} \approx 7{,}9$ cm	1
	c	$y_A = -1\frac{1}{2}$ geeft: $3\cos\left(\frac{1}{6}\pi t\right) = -1\frac{1}{2}$ $\cos\left(\frac{1}{6}\pi t\right) = -\frac{1}{2}$	1
		$\frac{1}{6}\pi t = \frac{2}{3}\pi + k \cdot 2\pi$ of $\frac{1}{6}\pi t = \frac{4}{3}\pi + k \cdot 2\pi$	2
		$t = 4 + k \cdot 12$ of $t = 8 + k \cdot 12$	1
		Op $[0, 12]$ zijn de oplossingen $t = 4$ (uur) en $t = 8$ (uur)	1
	d	(De amplitude is 6, dus) $p = 6$	1
		De periode van de grote wijzer is 1 (uur)	1
		$q = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$	1

3	**a**	1. Translatie van 8 (eenheden) naar links ($y = \sqrt{x+8}$) 2. Vermenigvuldiging met $-\frac{1}{4}$ t.o.v. de y-as ($y = \sqrt{-4x+8} = \sqrt{8-4x}$) 3. Translatie van 1 (eenheid) omhoog ($y = \sqrt{8-4x} + 1 = f(x)$) De transformaties kunnen ook in een andere volgorde worden toegepast zolang 2. na 1. komt. Als de kandidaat de translatie naar links en de vermenigvuldiging t.o.v. y-as omdraait, dan wordt het een translatie van 2 naar rechts (i.p.v. 8 naar links)	3
	b	$\sqrt{8-4x} + 1 = -2x + 5$ geeft: $\sqrt{8-4x} = -2x + 4$	1
		$8 - 4x = (-2x+4)^2$ $8 - 4x = 4x^2 - 16x + 16$	1
		$4x^2 - 12x + 8 = 0$ $x^2 - 3x + 2 = 0$	1
		$(x-1)(x-2) = 0$ Hieruit volgt $x_A = 1$ en $x_B = 2$	1
	c	$f'(x)$ berekenen: *Manier 1:* $f(x) = (8-4x)^{\frac{1}{2}}$ $f'(x) = \frac{1}{2}(8-4x)^{-\frac{1}{2}} \cdot -4 = \frac{-2}{\sqrt{8-4x}}$ *Manier 2:* $f'(x) = \frac{-4}{2\sqrt{8-4x}} = \frac{-2}{\sqrt{8-4x}}$	2 2
		$\mathrm{rc}_l = f'(1) = \frac{-2}{\sqrt{8-4\cdot 1}} = -1$	1
		Voor de richtingshoek α_k van lijn k geldt $\tan(\alpha_k) = -2$, dus $\alpha_k = -63{,}434\ldots°$	1
		Voor de richtingshoek α_l van lijn l geldt $\tan(\alpha_l) = -1$, dus $\alpha_l = -45°$	1
		De hoek tussen lijn k en lijn l is $-45° - -63{,}434\ldots° \approx 18{,}4°$	1

4	**a**	De straal van cirkel c is $\left(\sqrt{25} =\right)$ 5 en het middelpunt van cirkel c is $M(5, 20)$	1
		De afstand van O tot M is $\sqrt{5^2 + 20^2} = \sqrt{425}$ $(= 5\sqrt{17})$	1
		De afstand van O tot cirkel c is $\sqrt{425} - 5$ $(= 5\sqrt{17} - 5)$	1
	b	$\text{rc}_{MA} = \frac{16 - 20}{8 - 5} = -\frac{4}{3}$	1
		(Uit $\text{rc}_{MA} \cdot \text{rc}_l = -1$ volgt) $\text{rc}_l = \frac{3}{4}$	1
		$l: y = \frac{3}{4}x + b$ door $A(8, 16)$ geeft $b = 10$ Dus een vergelijking van lijn l is $y = \frac{3}{4}x + 10$	1
	c	De straal van cirkel d is $17 - 5 = 12$	1
		Stel dat Q het punt is dat recht onder M ligt op dezelfde hoogte als punt N  	
		$MQ = y_M - y_N = 20 - 12 = 8$	1
		$QN = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$	1
		De x-coördinaat van N is $5 + 15 = 20$ en de y-coördinaat van N is 12	1
		Een vergelijking van cirkel d is $(x - 20)^2 + (y - 12)^2 = 144$	1

5	**a**	$f(x) = g(x)$ geeft: $6 - 2x = x + 3$	1
		Hieruit volgt $x = 1$	1
		Inzicht dat het domein van f gelijk is aan $\langle \leftarrow, 3\rangle$ (dan is $6 - 2x > 0$)	1
		$f(x) < g(x)$ als $1 < x < 3$	1
	b	$f(x) - g(x) = 2$ geeft: ${}^2\log(6 - 2x) - {}^2\log(x + 3) = 2$ ${}^2\log\left(\frac{6 - 2x}{x + 3}\right) = 2$	1
		$\frac{6 - 2x}{x + 3} = 2^2$	1
		$6 - 2x = 4x + 12$	1
		Hieruit volgt $x = -1$	1
	c	$y = {}^2\log(6 - 2x)$ geeft: $6 - 2x = 2^y$	1
		$2x = 6 - 2^y$	1
		$x = 3 - \frac{1}{2} \cdot 2^y = 3 - 2^{-1} \cdot 2^y = 3 - 2^{y-1}$	2

6	**a**	$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 4}{x} = x + 2 - \frac{4}{x}$	1
		$f(x) = x + 2 - 4x^{-1}$	1
		$f'(x) = 1 + 4x^{-2} = 1 + \frac{4}{x^2}$	1
		$f'(x) = \frac{x^2}{x^2} + \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 + 4}{x^2}$	1
	b	$f'(x) = 2$ geeft: $\frac{x^2 + 4}{x^2} = 2$ $x^2 + 4 = 2x^2$	1
		$x^2 = 4$ $x = -2$ of $x = 2$	1
		$f(-2) = 2$ en $f(2) = 2$	1
		k: $y = 2x + b$ door $(-2, 2)$ geeft $b = 6$ De vergelijking van lijn k is $y = 2x + 6$	1
		l: $y = 2x + b$ door $(2, 2)$ geeft $b = -2$ De vergelijking van lijn l is $y = 2x - 2$	1
	c	$f'(x) = 0$ geeft: $x^2 + 4 = 0$ (en $x \neq 0$)	1
		Deze vergelijking heeft geen oplossingen (dus f heeft geen extreme waarden)	1